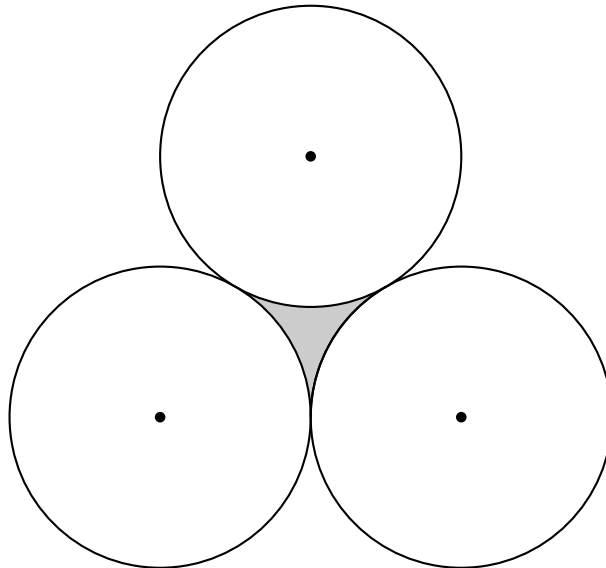


Kreisteile

Alfred Reich
Ludwigsgymnasium Straubing

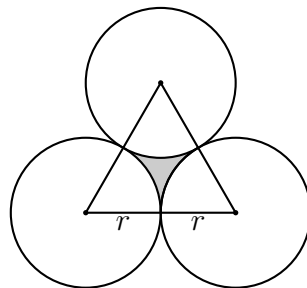
26. Oktober 2011

Drei Kreise mit gleichem Radius r berühren sich paarweise, vergleiche Skizze.



Berechne den Inhalt des grau getönten Flächenstücks.

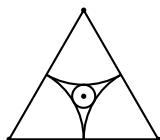
Die drei Mittelpunkte sind Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge $2r$.



Also gilt für den Inhalt A der grau getönten Fläche:

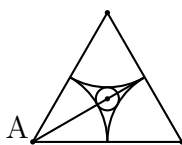
$$\begin{aligned} A &= A_{\text{Dreieck}} - 3 \cdot A_{\text{Kreissektor}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot r\sqrt{3} - 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot r^2 \pi \\ &= r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \approx 0,16125 r^2. \end{aligned}$$

In dieses grau getönte Flächenstück soll ein Kreis gezeichnet werden, der jeden der drei gegebenen Kreise von außen berührt, vergleiche Skizze.



Berechne den Radius dieses Kreises.

Im gleichseitigen Dreieck ist jede Seitenhalbierende auch Winkelhalbierende und Höhe. Der Mittelpunkt M des gesuchten kleinen Kreises ist der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden des gleichseitigen Dreiecks (mit Seitenlänge $2r$).



Weil sich die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1 schneiden, gilt:

$$\overline{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2r}{2} \sqrt{3} = \frac{2}{3} \sqrt{3} r.$$

Für den Radius ρ des kleinen Kreises gilt daher:

$$\rho = \frac{2}{3} \sqrt{3} r - r = r \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right) \approx 0,15470 r.$$