

Würfel, rot und blau

Alfred Reich (zehnp@gmx.de)
Ludwigsgymnasium Straubing

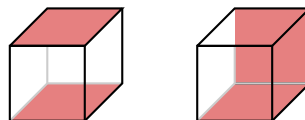
9. Dezember 2011

Aufgabe. Fritz bemalt 200 gleich große Würfel mit den Farben rot und blau. Dabei wird jede Seitenfläche entweder ganz rot oder ganz blau. Diese 200 Würfel legt Fritz in eine Schüssel. Peter darf nun mit verbundenen Augen eine bestimmte Anzahl dieser 200 Würfel auf einmal aus dieser Schüssel entnehmen. Wie viele Würfel muss Peter mindestens entnehmen, damit er auf jeden Fall mindestens zwei gleich gefärbte Würfel hat?

Hinweis. Zwei Würfel gelten als gleich gefärbt, wenn sie nach einer geeigneten Drehung in den Farben aller sechs Seitenflächen übereinstimmen.

Lösung. Wir überlegen uns, wie viele Möglichkeiten Fritz hat, die 200 Würfel in den Farben rot und blau zu bemalen.

- Keine Seitenfläche ist rot. Dies ist auf eine Art möglich.
- Genau eine Seitenfläche ist rot. Auch dies ist nur auf eine Art möglich.
- Genau zwei Seitenflächen sind rot. Dies ist auf zwei Arten möglich. Entweder liegen die beiden rot gefärbten Seitenflächen nebeneinander oder sie liegen sich gegenüber.



- Genau drei Seitenflächen sind rot. Dies ist ebenfalls auf zwei Arten möglich. Entweder liegen sich zwei der drei roten Seitenflächen gegenüber oder nicht.

- Genau vier Seitenflächen sind rot. Dann sind genau zwei Seitenflächen blau, also ist dies auf zwei Arten möglich.
- Genau fünf Seitenflächen sind rot. Dann ist genau eine Seitenfläche blau, also ist dies auf eine Art möglich.
- Genau sechs Seitenflächen sind rot. Auch dies ist nur auf eine Art möglich.

Fritz hat also genau

$$1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 10$$

Möglichkeiten, seine 200 Würfel mit den Farben rot und blau zu bemalen. Damit genügt es, wenn Peter 11 Würfel aus der Schüssel entnimmt. Spätestens der 11. Würfel muss mit einem der vorhergehenden Würfel übereinstimmen.